



**GUIA DE ESTUDIO
PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO DE
MATEMÁTICAS III**

Clave: 1301

Actualización: Abril de 2024

Nombre de quien contesta la guía:

No. Cuenta:

Fecha:

PRESENTACIÓN

Esta **guía tiene como finalidad** orientarte en tu estudio para presentar con éxito el examen extraordinario de la Matemáticas III, conforme al Programa de Estudios vigente. Su resolución **no** tiene valor directo en puntaje sobre la calificación del examen, pero es muy importante responderla completamente por su semejanza con el examen que vas a presentar.

La eficacia de esta guía depende de la disposición, esfuerzo y dedicación para contestarla de una manera clara y completa, y estudiarla eficazmente. Recuerda que presentarse a un examen sin la preparación suficiente significa un fracaso muy probable, una pérdida de tiempo y un acto irresponsable que puedes evitar.

En la guía encontrarás 3 apartados:

1. Sobre la Asignatura. Datos generales: Propósitos, enfoques, unidades y objetivos.
2. Sobre la Guía. Instrucciones, materiales requeridos, bibliografía y páginas web que puedes consultar para contestarla.
3. Actividades de aprendizaje. Reactivos o ejercicios a realizar.

Cada una de las actividades de aprendizaje que se plantean en esta guía no solo tienen la finalidad de prepararte para resolver los ejercicios o el examen, sino también **para reforzar aprendizajes** que te ayuden en tu desarrollo académico pues:

- La Geometría Analítica, es fundamental para el estudio y desarrollo de nuevos materiales que nos facilitan la vida diaria, razón por la cual esta asignatura siempre influye en la vida de todo ser humano.
- *La Ecuación de la Recta, La Ecuación de la Circunferencia, La Ecuación del Elipse y La Ecuación de la Parábola en sus diferentes representaciones (en el origen, fuera del origen y su forma general)*, son las grandes temáticas en torno a las cuales se centrarán las actividades de aprendizaje de esta guía.
- La Geometría Analítica estudia las figuras geométricas utilizando un sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos, donde las coordenadas se representan por relaciones numéricas y las figuras por ecuaciones, abordaremos las temáticas anteriores partiendo de esta definición.

1. SOBRE LA ASIGNATURA.

1.1 PROPÓSITOS GENERALES Y ENFOQUES DE LA ASIGNATURA.

Al finalizar el curso el alumno:

a) Incrementa su capacidad de resolución de problemas al conocer y manejar nuevas herramientas para modelar y analizar situaciones y fenómenos que se pueden representar con las funciones estudiadas en el curso.

b) Enriquece y utiliza diversos conceptos y procedimientos de aritmética, álgebra y trigonometría, de geometría euclidiana y analítica en el estudio y modelización de fenómenos y situaciones, en que intervienen las funciones abordadas en el curso.

c) Modela situaciones que involucran variación y a través del análisis del comportamiento de la función respectiva, obtiene información y conclusiones.

d) Usando software realiza exploraciones numéricas y gráficas, sistemáticas, captando las relaciones entre los parámetros de la expresión analítica de funciones y sus gráficas. Identifica la forma de la gráfica y su expresión analítica y viceversa; de la expresión algebraica infiere el comportamiento gráfico y deduce información de la gráfica.

e) Analiza, de las funciones estudiadas en el curso, la variación (el cambio) en forma puntual, global y en intervalos. Entenderá la noción de tasa de variación y la aplica en diferentes situaciones modeladas por diversas funciones.

f) Comprende y maneja el concepto función como una relación entre las variables independiente y dependiente, que asocia a cada elemento de la primera variable, un único elemento de la segunda variable.

1.2 ESTRUCTURA Y CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

Unidad 1. Elementos de trigonometría

Al finalizar, el alumno opera con los números racionales y resolver problemas aritméticos, aplicando algunas estrategias para facilitar la comprensión, así como la búsqueda de un plan de resolución y su ejecución, con la finalidad de que haga suyos los recursos básicos para iniciarse en el uso del lenguaje algebraico para expresar la generalidad.

Unidad 2. Elementos básicos de geometría analítica

Al finalizar, el alumno maneja algebraicamente algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana y algunos lugares geométricos con la finalidad de introducir el método analítico.

Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana

Al finalizar, el alumno obtiene la ecuación cartesiana de la recta, dados diversos elementos definitorios. Resolverá problemas geométricos en diversos contextos, a fin de que se avance en la comprensión del método analítico.

Unidad 4. La parábola y su ecuación cartesiana

Al finalizar, el alumno obtiene la ecuación de una parábola a partir de su definición (foco y directriz) o de elementos necesarios y suficientes. Identificará sus elementos a partir de la ecuación. Resolverá problemas que involucren a la parábola y sus propiedades.

Unidad 5. La circunferencia, la elipse y ecuaciones cartesianas

Al finalizar, el alumno obtiene las ecuaciones cartesianas de la circunferencia y la elipse y trazar sus gráficas correspondientes, dado cualquier conjunto de elementos definitorios. Resolverá problemas donde tales curvas se presenten, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico y desarrollar su habilidad de reconocimiento de formas y estructuras.

2. SOBRE LA GUÍA

2.1 INSTRUCCIONES GENERALES (¿CÓMO USAR LA GUÍA?)

- **Lee con atención** las instrucciones y **realiza las actividades propuestas**, recuerda que esta guía solo es un apoyo de tu autoestudio.
- Esta guía no se contesta de un día para otro, **dedica al estudio y a contestar esta guía** por lo menos 3 horas diarias continuas, durante al menos 15 días antes del examen; si le dedicas el tiempo necesario, seguramente aprobarás el examen extraordinario.
- **Subraya las palabras claves o que no comprendas** con color y búscalas en el diccionario.
- En caso de dudas, **consulta la bibliografía** sugerida en la guía. Cuando termines de resolverla, revisa tus respuestas y si continúan las dudas solicita apoyo a algún docente.
- Para un mejor proceso de aprendizaje y facilitar tu estudio para acreditar tu examen extraordinario, te sugerimos: **Asistir a las asesorías (con la guía contestada)** que se programen donde podrás recibir orientación y aclaración de las dudas que te hayan surgido durante la resolución de la guía.
- **Investiga más información de los temas y actividades**, puedes elaborar por propia iniciativa un resumen, mapa conceptual, una red conceptual, más ejercicios o al-

guna otra actividad que enriquezca tu aprendizaje.

- **Resolver correctamente las actividades y los ejercicios** te permitirá constatar tus avances académicos, pero no garantiza que automáticamente apruebes tu examen, ya que los contenidos específicos y la forma de los reactivos varían en el examen.

2.2 MATERIALES PARA CONTESTAR LA GUÍA Y EL EXAMEN:

Tanto para la resolución de la guía como del examen, será necesario:

Lápiz, goma, corrector, pluma negra, roja y azul.

Regla o escuadra y colores.

Calculadora científica.

Únicamente para la guía necesitas formulario.

2.3 PARA CONSULTAR:

2.3.1 Bibliografía:

1. Guerra, M y Figueroa, S. (2004). Geometría analítica. México. McGraw-Hill.
2. Lehmann, C. (1980). Geometría analítica. México. Ed. Limusa.
3. Zill, D. y Dewey, J. (2012). Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica. McGraw-Hill. China.
4. Oteyza et al. (2005). Geometría analítica. México. Pearson-Prentice Hall. 2ª edición.
5. Baldor, J. A. (1992). Geometría plana y del espacio y trigonometría. México. Publicaciones Cultural.
6. Kindle, J. (1987). Geometría analítica. México. McGraw-Hill
7. Sullivan, M. (2005). Álgebra y Trigonometría. México. Pearson.
8. Smith, S. et al. (2015). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. México.

Software:

- <https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno>
Se recomienda buscar por temas.
- Geogebra, gratuito y descargable en: <https://www.geogebra.org/?lang=es>
(se recomienda la versión GeoGebra Clásico)

NOTA: Las actividades de esta guía sólo son una referencia de los contenidos del examen: NO SON IGUALES Y SU RESOLUCIÓN NO EQUIVALE A UN PORCENTAJE DE LA CALIFICACIÓN DEL EXAMEN.

Por lo tanto, es responsabilidad del alumno preparar la totalidad de la guía de la materia.

6. Traza un triángulo, LMN, cuyo lado MN=8.5cm, el lado ML=6.5cm y $\angle M = 110^\circ$. Usa regla, transportador y colores.

Realiza aquí el triángulo



Obtén los resultados siguientes hasta centésimos a partir de la figura anterior. Marca con claridad el triángulo rectángulo auxiliar que utilizas dentro del triángulo LMN para obtener los resultados requeridos; o bien las leyes de senos o cosenos. Escribe el proceso.

$$\angle M = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad}$$

$$\angle L = \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad}$$

$$\angle N = \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad}$$

$$\text{Lado LN} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$$

La altura del triángulo, $h =$

← hasta centésimos

Proceso

Perímetro, $P =$

Área, $A =$

← con la base LN

Nombres: por ángulos - _____; por lados - _____

7. Despeja la variable x de las ecuaciones siguientes, es decir, obtén la medida del ángulo en grados y en radianes. Anota el resultado en grados y en radianes.

a) $\cos x = 0.642$; $x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad}$

b) $\sin x - 3.4 = -4$; $x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad}$

c) $\tan x - 3 = 1.8$; $x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad}$

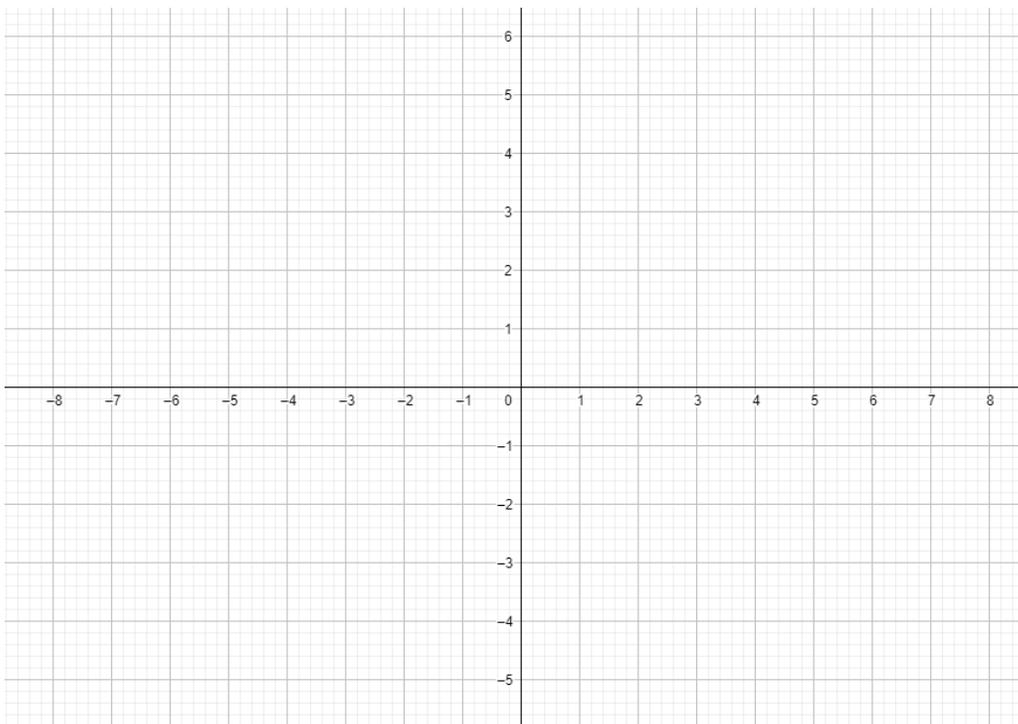
d) $\frac{\sin x + 9.2}{2} = 5$; $x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad}$

Unidad 2. Elementos básicos de geometría analítica

1. En el plano cartesiano anexo ubica los puntos de cada inciso I y II; únelos formando un triángulo y un cuadrilátero respectivamente, -usa color diferente- y obtén lo que se indica.

I. Triángulo $A(0, 4)$; $B(-4, -5)$; $C(8, -3)$

II. Cuadrilátero $D(-1, -2)$; $E(3, 0)$; $F(1, 6)$; $G(-7, 4)$



a) Del triángulo **A(0, 4); B(-4, - 5); C(8, - 3)**:

-distancia, $d(A, B) =$

-distancia, $d(A, C) =$

P =

-distancia, $d(B, C) =$

-Punto medio (A, B): $x =$; $y =$

PM (,)

-Punto medio (A, C): $x =$; $y =$

PM (,)

-Punto medio (B, C): $x =$; $y =$

PM (,)

-Área, **A =**

b) Del cuadrilátero **D(-1, - 2); E(3, 0); F(1, 6); G(- 7, 4)**:

-distancia, $d(D, F) =$

-distancia, $d(E, F) =$

P =

-distancia, $d(F, G) =$

-distancia, $d(G, A) =$

-Punto medio (D, E): $x =$; $y =$

PM (,)

-Punto medio (E, F): $x =$; $y =$

PM (,)

-Punto medio (F, G): $x =$; $y =$

PM (,)

-Punto medio (G, A): $x =$; $y =$

PM (,)

2. Obtén el punto que divide al segmento cuyos extremos están indicados en cada inciso, en la razón que se señala. Escribe los procesos y corrobora en el plano de la siguiente página.

a) A(-7, 2) y B(5, -6) en la razón $r = \frac{1}{6}$

b) D(4, -3) y E(- 8, 5), en la razón $r = \frac{5}{3}$

Sustitución en cada fórmula:

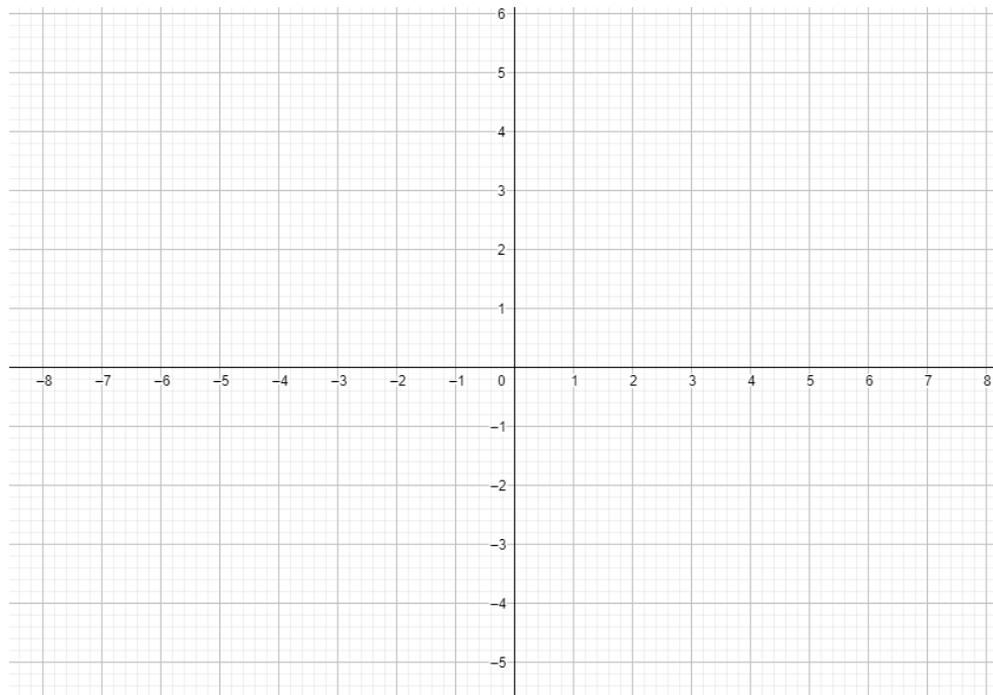
a) $x =$; $y =$

← Pr (,)

b) $x =$; $y =$

← Pr (,)

Ubica aquí cada pareja de puntos y la coordenada obtenida en cada caso. Usa colores distintos.



3. En el plano de la siguiente página ubica cada pareja de puntos de los incisos I y II, con el mismo color cada pareja y su recta resultante; y con cada pareja de puntos realiza lo que indican los incisos del a) al c).

I. A(-7, 2) y B(1, - 2).

II. C(- 4, - 2) y D(6, 6)

a) Obtén la pendiente de la recta determinada por cada pareja de puntos, en FRACCIÓN simplificada. Comprueba en la figura la pendiente obtenida, desde un punto hasta el otro punto, por el desplazamiento de la pendiente.

Con A y B

$m =$

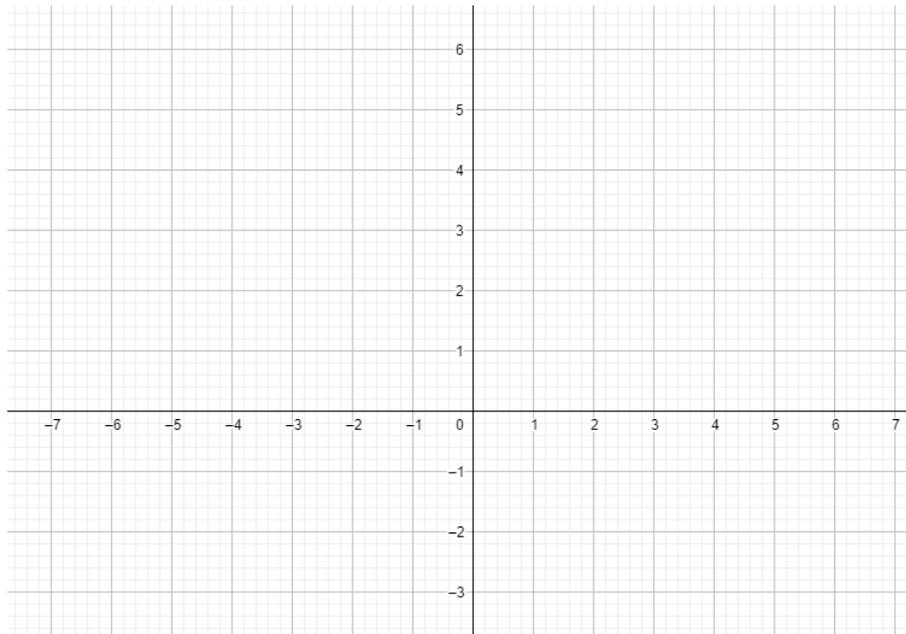
Con C y D

$m =$

b) Calcula distancia entre ambos puntos.

d)(A, B) =

d(C, D) =



c) Calcula el ángulo de inclinación de la recta generada por ambos puntos en grados y en radianes. Comprueba esta inclinación en grados con el transportador. (observa de qué lado debes medir).

Con A y B , $m =$

$\tan m =$

$\beta = \text{_____}^\circ = \text{_____ rad}$

Con C y D, $m =$

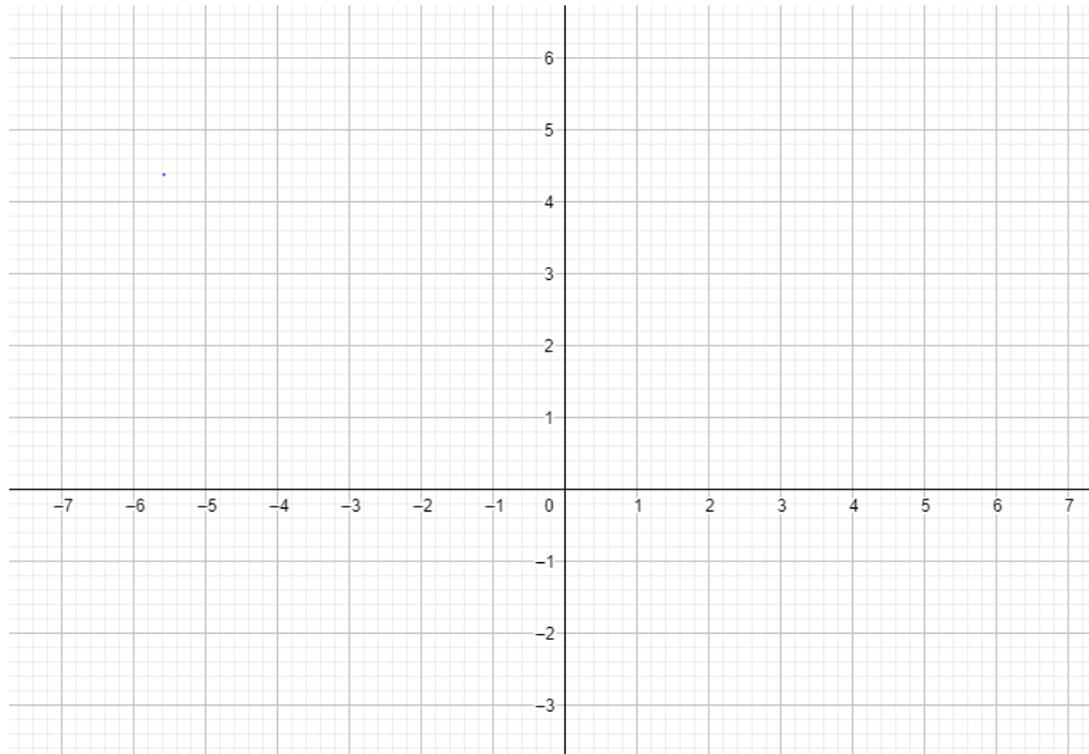
$\tan m =$

$\delta = \text{_____}^\circ = \text{_____ rad}$

Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana

1. Con los puntos que se dan en cada inciso obtén lo que se indica.

- a) Pendiente, $m =$
- b) Ecuación de la recta en forma Punto-Pendiente
- c) Ecuación de la recta en forma Pendiente-Ordenada al Origen
- d) Ecuación de la recta en forma General
- e) Ecuación de la recta en forma Simétrica
- f) Representa cada recta en el plano cartesiano de este ejercicio usando regla y colores.
 - I. **A(-3, 4) y B(7, -2)**
 - II. **C(-5, 1) y D(1, 3)**



I. Con A(-3, 4) y B(7, -2)

a) $m =$

b) Elige un punto y sustituye en la fórmula Punto-Pendiente con el valor m :

c) Desarrolla el inciso (b) y despeja "y", para llegar a la ecuación Pendiente-Ordenada al O.

d) Ordena la ecuación de inciso (c) para llegar a la ecuación General.

e) De la ecuación del inciso (d) o a partir de la gráfica, obtén la ecuación simétrica

II. Con C(-5, 1) y D(1, 3)

a) $m =$

b) Elige un punto y sustituye en la fórmula Punto-Pendiente con el valor m :

c) Desarrolla el inciso (b) y despeja "y", para llegar a la ecuación Pendiente-Ordenada al O.

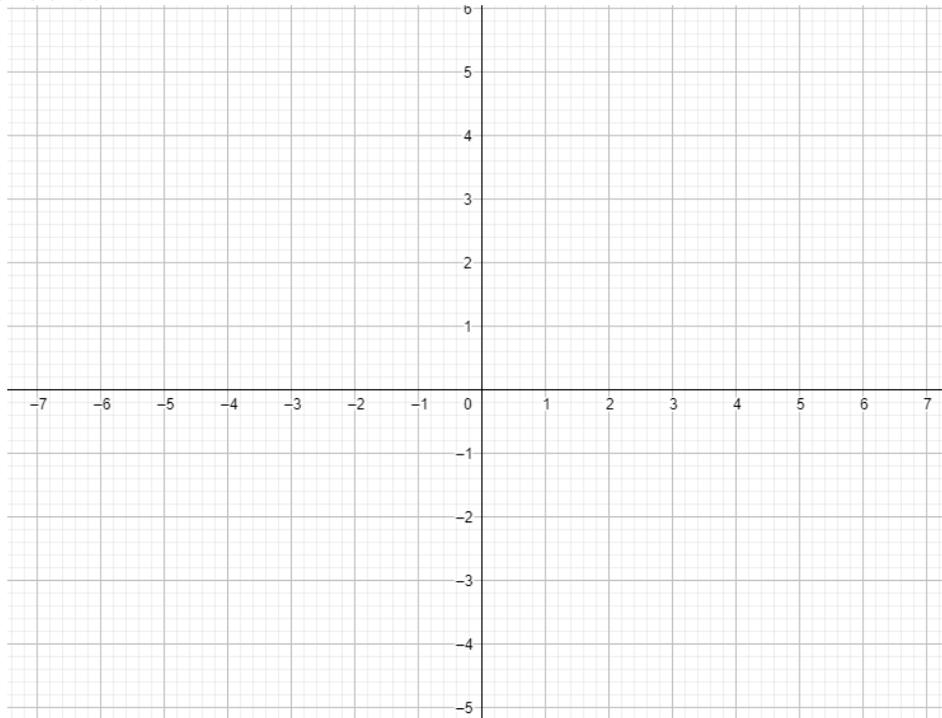
d) Ordena la ecuación de inciso (c) para llegar a la ecuación General.

e) De la ecuación del inciso (d) o a partir de la gráfica, obtén la ecuación simétrica

2. Completa la tabla siguiente transformando la ecuación de la recta que aparece en cada caso a las otras formas. Traza la recta correspondiente a cada inciso en el plano cartesiano con color distinto. Usa el material de geometría.

| ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE | ECUACIÓN PENDIENTE-ORD al ORIGEN | ECUACIÓN GENERAL | ECUACIÓN SIMÉTRICA |
|----------------------------------|----------------------------------|-------------------|----------------------------------|
| $(y - 3) = \frac{-1}{2} (x + 2)$ | | | |
| | $y = -2x + 4$ | | |
| | | $3x - 2y + 4 = 0$ | |
| | | | $\frac{x}{-3} + \frac{x}{5} = 1$ |

Traza aquí las rectas.



3. Ubica los puntos P(-2, 3); Q(0, -3) y R(8, 1) en el plano cartesiano de la siguiente página, Forma el triángulo que determinan estos tres puntos uniéndolos con el mismo color y realiza lo siguiente:

a) Tomando a Q y R como base del triángulo, calcula su longitud, su pendiente y la ecuación **general** de la recta que generan estos puntos.

$d(Q, R) =$

$m =$

Ecuación Punto-Pendiente de la recta QR:

Ecuación General:

b) Siendo QR la base del triángulo, obtén la altura, h , calculando la distancia de la recta por QR al punto P

Distancia del punto P a la recta generada por Q y R: $h =$

Obtén el área del triángulo PQR aplicando la fórmula $A = (bh) / 2$ y corrobórala con el resultado obtenido por determinantes.

A =

Unidad IV. La parábola y su ecuación cartesiana

1. Con los datos que se indican en cada inciso obtén los elementos de la parábola que se piden. Usa el material de geometría y distintos colores para graficar en el plano anexo.

a) Conociendo la coordenada del vértice, **V (1, 0)** y del foco **F (1, 4)**:

Ubica V y F en el plano y a partir de la figura:

- Determina la posición de la parábola (arriba / abajo / izquierda / derecha)
- Determina el valor y el signo del parámetro, $p =$
- Determina la ubicación de la directriz y su ecuación:
- Determina la anchura focal, $4p =$
- Obtén las coordenadas de los extremos del lado recto:
- Obtén el eje de simetría y escribe su ecuación:
- Elige la fórmula de la ecuación paramétrica en la que se deben sustituir la coordenada del vértice y el valor p ,

Sustitución:

Desarrolla los binomios y ordena hasta llegar a la ecuación general:

b) Se conoce **V (1, 2.5)** y las coordenadas de los extremos del lado recto, **(6, 5)** y **(-4, 5)**

Ubica V y los extremos del lado recto en el plano, y a partir de la figura:

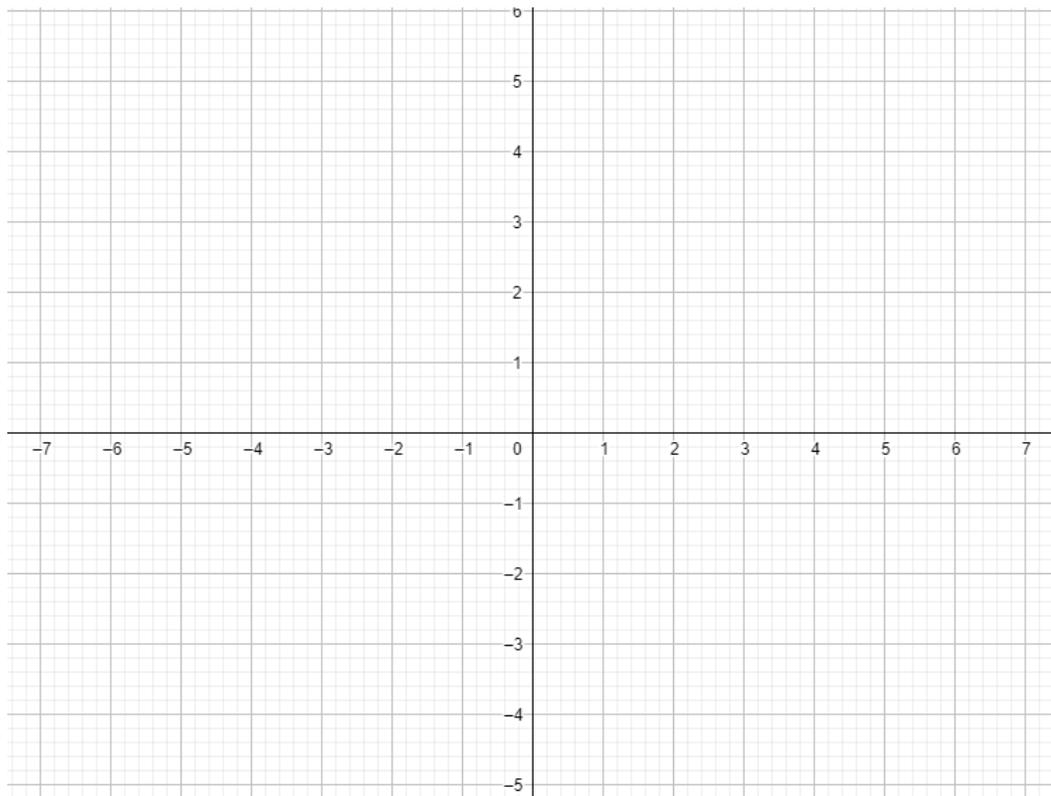
- Determina la posición de la parábola (arriba / abajo / izquierda / derecha)
- Determina el valor y el signo del parámetro, $p =$
- Obtén la coordenada del foco, F

- Determina la ubicación de la directriz y su ecuación:
- Determina la anchura focal, $4p =$
- Obtén el eje de simetría y escribe su ecuación:
- Elige la fórmula de la ecuación paramétrica en la que se deben sustituir la coordenada del vértice y el valor p ,

Sustitución:

- Desarrolla los binomios y ordena hasta llegar a la ecuación general:

Traza aquí las gráficas.



2. Obtén los elementos de las parábolas llenando los espacios faltantes en la tabla, a partir de los datos que se dan.

| Ecuación | Vértice | Foco | Ec. Directriz | p | Eje |
|---------------------------|----------------|-------------|----------------------|----------|------------|
| $y^2 = 4x$ | | | | | |
| $y^2 + 24x - 8y + 40 = 0$ | | | | | |
| $x^2 - 4x - 2y - 2 = 0$ | | | | | |

3. Encuentra los puntos de intersección de la parábola: $y^2 + 24x - 8y + 40 = 0$ con la recta cuya ecuación Pendiente-Ordenada al origen es: $y = -2x - 6$.

Sustitución de "y" en la ecuación de la parábola:

Desarrollo de los binomios y resolución:

Soluciones:

Unidad 5. La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas

CIRCUNFERENCIA

1. Halla la ecuación Centro-Radio y la ecuación General de la circunferencia con los datos de cada inciso; realiza la gráfica en el plano anexo. Usa el material de geometría y colores.

a) C(-2, 1), r = 4

-Sustitución en la fórmula Centro-Radio:

-Desarrollo de los binomios, agrupación y anotación de la ecuación general:

b) Un diámetro es el segmento generado por los puntos A (-1, -3) y B (7, 3)

-Obtención del centro, punto medio de A y B:

-Obtención del radio, distancia de C a A ó C a B:

-Sustitución en la fórmula Centro-Radio:

-Desarrollo de los binomios, agrupación y anotación de la ecuación general:

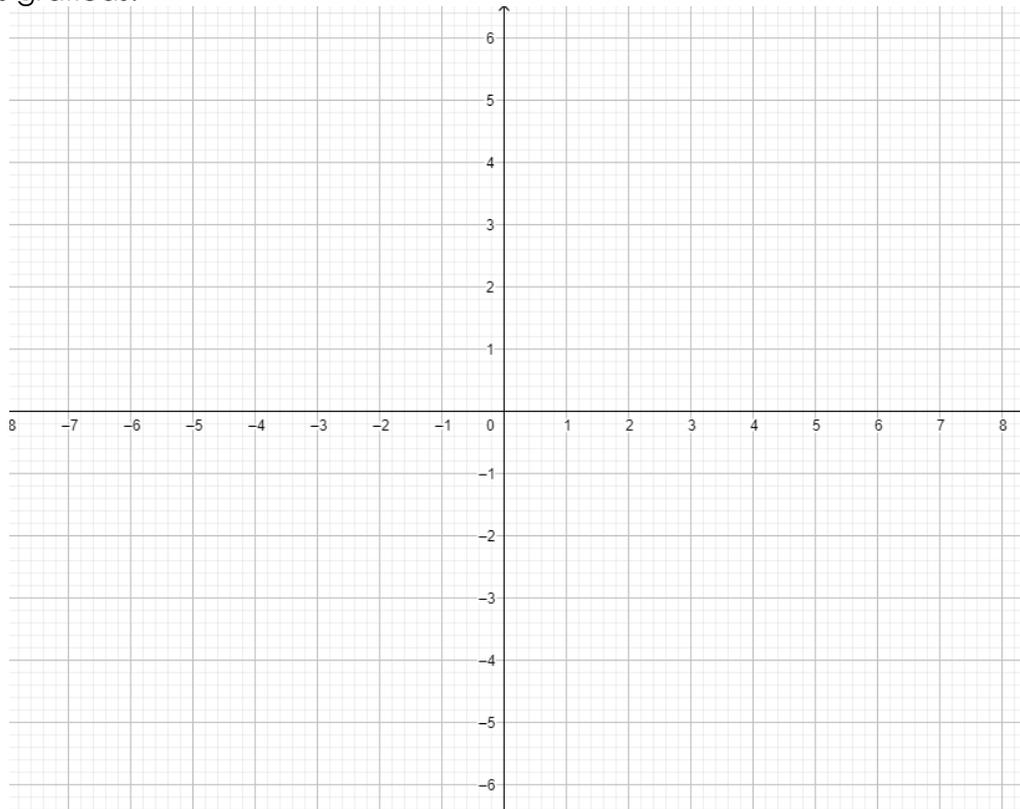
c) Su centro es C(3,-1) y pasa por el punto P(3,-3).

-Obtención del radio, distancia de C a P:

-Sustitución en la fórmula Centro-Radio:

-Desarrollo de los binomios, agrupación y anotación de la ecuación general:

Traza aquí las gráficas.



2. Con el centro del círculo, $C(-1, 2)$, y el punto de tangencia, $T(2, -2)$ realiza lo que se pide en los siguientes incisos.

I. obtén el radio del círculo, $d(C, T) =$

II. traza el círculo y marca el punto T.

III. anota la ecuación Centro-Radio:

IV. transforma la ecuación Centro-Radian a la ecuación General:

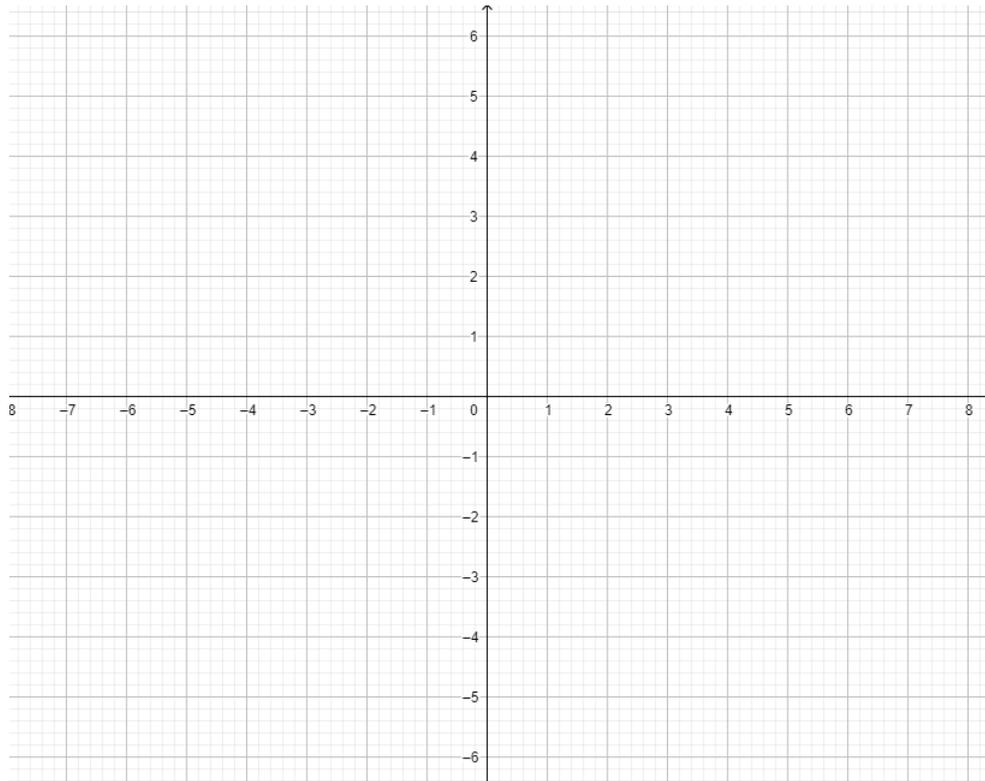
V. obtén la pendiente con C y T, $m =$

VI. obtén la pendiente perpendicular a m , $m^\perp =$

VII. con m^\perp traza en la figura la tangente desde el punto de tangencia usando el método de desplazamiento

VIII. obtén la ecuación Punto-Pendiente de la recta tangente con T y m^\perp :

IX. obtén la ecuación Pendiente-Ordenada al origen de la tangente



3. En cada caso agrupa los términos, completa Trinomios Cuadrados Perfectos, ordena los elementos y obtén el centro y el radio de la circunferencia dada su ecuación general:

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 14x + 2y - 14 = 0$

ELIPSE

Realiza lo que se indica en cada ejercicio y realiza la gráfica en el plano anexo.

4. Dada la ecuación de la elipse $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$, halla las coordenadas del centro, de los vértices, de los focos, de los extremos del eje menor, la longitud del lado recto y las coordenadas de sus extremos y la excentricidad.

a) Centro, C (,)

b) El valor de a y de b

c) Los vértices, V_1 (,) y V_2 (,)

d) Los focos, F_1 (,) y F_2 (,)

e) Extremos del eje menor: (,) y (,)

f) La excentricidad, e =

g) La longitud del lado recto y determina los extremos de un lado recto: (,) y (,); extremos del otro lado recto: (,) y (,).

h) La ecuación general:

i) Revisa que todos los elementos aparezcan en la gráfica

4. Una elipse tiene un foco $F_1(-3, 1)$, un vértice $V_1(-5, 1)$ y el centro $C(1, 1)$. Resuelve cada inciso:

a) Ubica estos puntos en el plano

b) A partir de la figura obtén a y c , con ellos obtén b .

c) Obtén la coordenada del foco y el vértice que faltan: $F_2(\quad , \quad)$ y $V_2(\quad , \quad)$

d) Obtén las coordenadas de los extremos de eje menor.

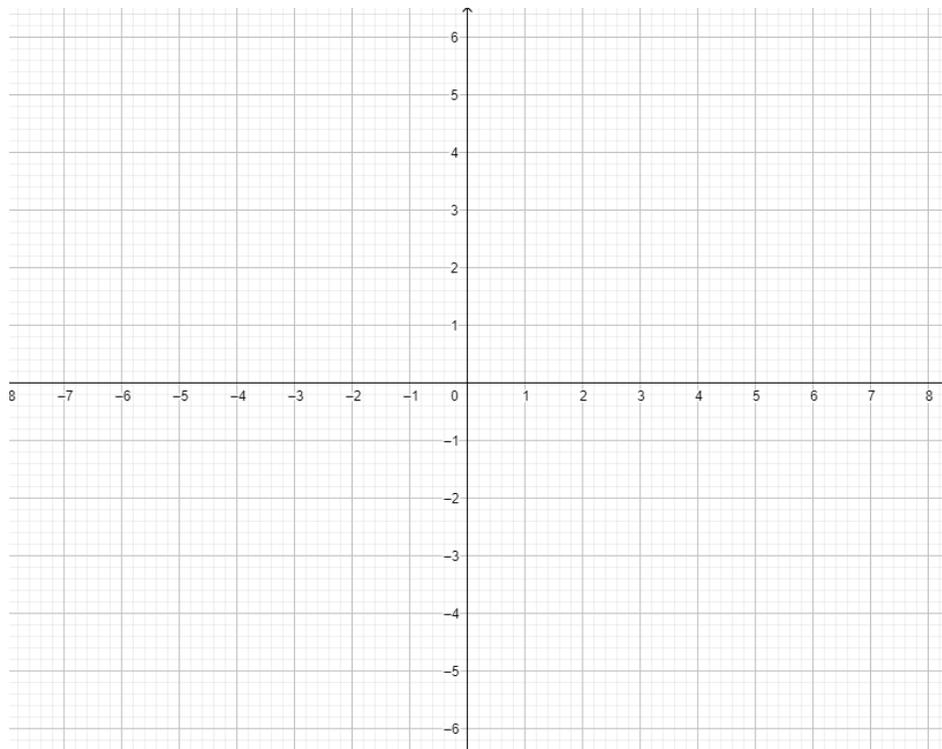
e) Obtén la longitud del lado recto y determina los extremos de un lado recto: (\quad , \quad) y (\quad , \quad) ; del otro lado recto: (\quad , \quad) y (\quad , \quad) .

f) Determina la ecuación paramétrica correspondiente y sustituye con los datos conocidos.

g) Obtén la ecuación general.

h) Calcula la excentricidad, $e =$

i) Verifica que en la gráfica todos los elementos obtenidos coincidan.



5. Dada la ecuación general de la elipse: $25x^2 + 16y^2 - 50x + 96y - 231 = 0$, halla todos sus elementos y gráficelos en el plano anexo.

a) Agrupa los términos semejante y completa los trinomios cuadrados perfectos con x e y ; obtén los binomios cuadrados y ordena siguiendo la forma de la ecuación paramétrica u ordinaria.

b) Identifica las coordenadas del centro, C

c) Determina los valores de los parámetros a y b , y la ubicación de la elipse.

d) Obtén el valor de c

e) Obtén las coordenadas de los vértices.

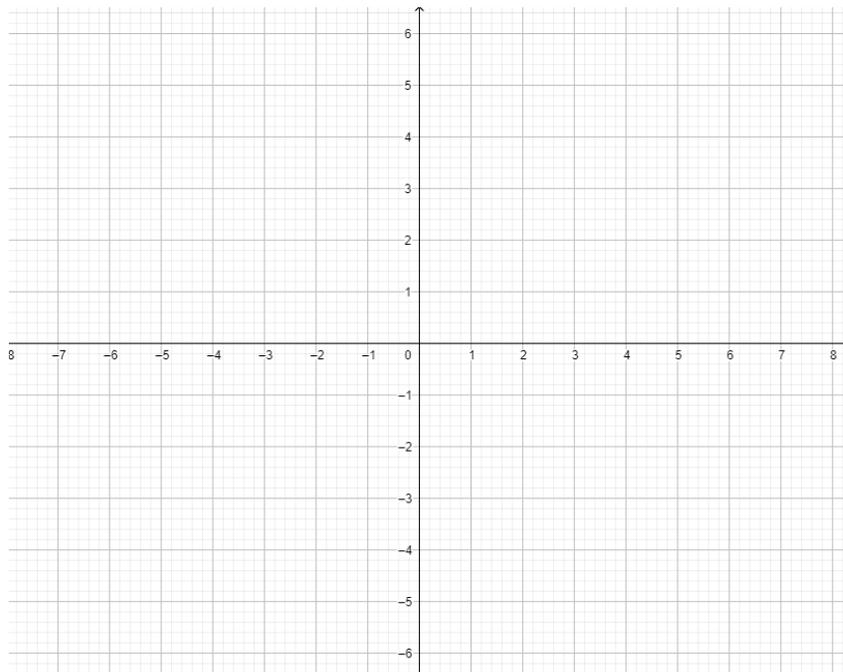
f) Obtén las coordenadas de los focos

g) Obtén las coordenadas de los extremos de eje menor.

h) Determina la longitud del lado recto y obtén las coordenadas de sus extremos.

i) Obtén la excentricidad.

j) Grafica los elementos y la elipse.



“El secreto para salir adelante es comenzar”

Mark Twain

¡Mucho éxito en tu estudio y en tu examen!