Instituto Marillac I.A.P.

Colegio de Ciencias y Humanidades
Incorporada a la UNAM
Clave 2033

GUIA DE ESTUDIO
PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO DE
CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

Clave: 1501	**Edición: Noviembre 2019**

Nombre de quien contesta la guía:	
No. de cuenta:	
Fecha:	

PRESENTACIÓN

La presente **guía tiene como finalidad** orientar al alumnado en el estudio de la materia Calculo Diferencial e Integra I para presentar con éxito el examen extraordinario de dicha materia curricular, conforme al Programa de Estudios correspondiente.

La eficacia de esta guía depende de la disposición, esfuerzo y dedicación para contestarla de una manera clara, ordenada y completa. Ten presente que presentarse a un examen sin la preparación suficiente involucra en el mayor de los casos un fracaso probable, una pérdida de tiempo y un acto irresponsable que puedes evitar.

Esta guía ha sido **elaborada, revisada y/o actualizada** por el equipo docente del CCH - Marillac.

En la guía encontrarás 3 apartados que se enlistan de la siguiente manera:

1. Sobre la Asignatura. Datos generales: Propósitos, enfoques, unidades y objetivos.

2. Sobre la Guía. Instrucciones, materiales requeridos, bibliografía y páginas web que puedes consultar para contestarla.

3. Actividades de aprendizaje. Reactivos o ejercicios a realizar.

Cada una de las actividades de aprendizaje que se plantean en esta guía no solo tienen la finalidad de prepararte para resolver un ejercicio o un examen, sino también **para reforzar aprendizajes** que te ayuden a desarrollar técnicas y formas de pensamiento lógico razonables con el fin de visualizar que los aprendizajes como los conocimientos no son hechos aislados sin aplicación a los fenómenos de la vida cotidiana, además de desarrollar con base a las construcciones científicas un pensamiento más crítico de las situaciones que nos rodean en nuestro día a día.

ÍNDICE

APENDICES

1. SOBRE LA ASIGNATURA CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

1.1 PROPÓSITOS GENERALES

Incrementar la capacidad de resolver problemas al adquirir nuevas técnicas para representar e interpretar situaciones y fenómenos que involucran variación.

Adquirir una visión del concepto de límite, a través del análisis de la representación tabular y gráfica de procesos infinitos, tanto discretos como continuos.

Relacionar a la derivada de una función con un proceso infinito que permite estudiar las características de la variación y de la rapidez de cambio.

Manejar de manera integrada las diversas interpretaciones de la derivada y utilizarlas para obtener y analizar información sobre una función.

Utilizar adecuadamente las técnicas de derivación y ubicar a las fórmulas como un camino más eficaz de obtener la derivada de una función.

Aplicar la derivada de una función para resolver problemas de razón de cambio y de optimización.

ENFOQUES DE LA ASIGNATURA

Disciplinario: Es una ciencia y una herramienta. Como ciencia tiene un desarrollo que admite titubeos, conjeturas y aproximaciones, al igual que rigor, exactitud y formalidad; ya que es el producto de una actividad humana que evoluciona, construye, organiza y sistematiza conocimientos, a partir de la necesidad de resolver problemas teóricos o prácticos.

Didáctico: Introducir el estudio de contenidos mediante el planteamiento de situaciones o problemas que no contemplen de inicio fuertes dificultades operatorias, de modo que la atención pueda centrarse en el concepto, el procedimiento o las características y propiedades que se van a estudiar.

Propiciar el tránsito entre distintas formas de representación matemática, enfatizando los procesos algorítmicos de la representación algebraica a través de la manipulación de los registros tabular y gráfico para que la algoritmia tenga mayor significado.

1.2 CONTENIDO DE LA ASIGNATURA:

Unidad I. PROCESOS INFINITOS Y LA NOCION DE LÍMITE

Explorar diversos problemas que involucren procesos infinitos a través de la manipulación tabular, gráfica y simbólica para propiciar un acercamiento al concepto de límite.

Unidad II. LA DERIVADA: ESTUDIO DE LA VARIACIÒN Y EL CAMBIO

Analizar la variación y la razón de cambio mediante problemas cuyos modelos sean funciones polinomiales de primer, segundo o tercer grado para construir el concepto de derivada con apoyo de procesos infinitos y la noción de límite.

Unidad III. LA DERIVADA DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

Continuar el estudio del concepto de derivada a través del manejo de su representación algebraica, buscando que el alumno reconozca a las reglas de derivación como un camino más eficaz de obtener la derivada de una función

Unidad IV. COMPORTAMIENTO GRAFICO Y PROBLEMAS DE OPTIMIZACION

Analizar las relaciones existentes entre la gráfica de una función y sus derivadas para obtener información sobre el comportamiento de la función; utilizar dicha información para resolver problemas de optimización.

2. SOBRE LA GUÍA.

2.1 INSTRUCCIONES GENERALES:

- **Lee con atención** las instrucciones y **realiza las actividades propuestas,** recuerda que esta guía solo es un apoyo de tu autoestudio.

- Esta guía no se contesta de un día para otro, **dedica al estudio y a contestar esta guía** por lo menos 3 horas diarias continuas, durante al menos 15 días antes del examen; si le dedicas el tiempo necesario, seguramente aprobarás el examen extraordinario.

- **Subraya las palabras claves o que no comprendas** con color y búscalas en el diccionario.
- En caso de dudas, **consulta la bibliografía** sugerida en la guía. Cuando termines de resolverla, revisa tus respuestas y si continúan las dudas solicita apoyo a algún docente.

- Para un mejor proceso de aprendizaje y facilitar tu estudio para acreditar tu examen extraordinario, te sugerimos: **Asistir a las asesorías (con la guía contestada)** que se programen donde podrás recibir orientación y aclaración de las dudas que te hayan surgido durante la resolución de la guía.

- **Investiga más información de los temas y actividades**, puedes elaborar por propia iniciativa un resumen, mapa conceptual, una red conceptual, más ejercicios o alguna otra actividad que enriquezca tu aprendizaje.

- **Resolver correctamente las autoevaluaciones** te permitirá constatar tus avances académicos, pero no garantiza que automáticamente apruebes tu examen, ya que los contenidos específicos y la forma de los reactivos varían en el examen.

- **Ser sistemático** en todos los procedimientos que impliquen presentar la solución a un reactivo te ayudará a comprender y entender mejor las ideas, conceptos, aprendizajes, etc. de cada apartado.

2.2 HERRAMIENTAS DE APOYO PARA CONTESTAR LA GUÍA Y EL EXAMEN:

Durante la solución de la guía y la presentación de examen podrás utilizar calculadora científica, colores, plumas y formulario; el formulario podrá ser elaborado por ti o en otro caso uno que el profesor haya elaborado.

2.3 BIBLIOGRAFIA

2.3.1 LIBROS

Ayres Frank. Cálculo Diferencial e Integral: Teoría y 1175 problemas resueltos. Mc Graw Hill, México, 1977.

Benítez, Rene. Cálculo Diferencial para Ciencias Básicas e Ingeniería. Trillas, México, 2008.

Goldstein, L. J. et. al. Cálculo y sus aplicaciones. Prince - Hall Hispanoamericana, México, 1987.

Spiegel, M. Manual de fórmulas y tablas matemáticas. McGraw Hill. Larson, Ron et. al.

Cálculo.. Mc Graw Hill, Novena Edición, 2011.
Stewart, James, Cálculo de una variable, trascendentes tempranas, Thomson – Learning, Cuarta Edición, 2001.

Stein, Sherman y BARCELLOS, A. Cálculo y Geometría Analítica 1, McGraw – Hill, Colombia, 1995.

Warner, Stefan y COSTENOBLE, Steven. Cálculo Aplicado. Segunda Edición, Thomson, México, 2002.

2.3.2 ELECTRONICA

1. https://portalacademico.cch.unam.mx

NOTA: Las actividades de esta guía sólo son una referencia de los contenidos del examen: *<u>NO SON IGUALES Y NO EQUIVALE A UN PORCENTAJE DE LA CALIFICACIÓN DEL EXAMEN</u>*. Por lo tanto, es responsabilidad del alumno preparar la totalidad del temario de la materia.

3. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

3.1 UNIDAD I: PROCESOS INFINITOS Y LA NOCIÓN DE LÍMITES

I. Determina cuales son los siguientes tres términos de las siguientes sucesiones:

1. $\frac{3}{5}, \frac{6}{8}, \frac{9}{11}, \frac{12}{14}$.......... ________, ________, ________

2. $\frac{7}{2}, \frac{10}{8}, \frac{13}{32}, \frac{16}{128}$.......... ________, ________, ________

3. 16,25,36,42.......... ________, ________, ________

4. 3,7,11,15.......... ________, ________, ________

5. 1,4,7,10.......... ________, ________, ________

6. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$.......... ________, ________, ________

7. $\frac{7}{1}, \frac{9}{4}, \frac{11}{7}, \frac{13}{10}$.......... ________, ________, ________

8. 5,20,30,35.......... ________, ________, ________

9. 3,8,13,18.......... ________, ________, ________

10. 3,9,27,81.......... ________, ________, ________

II. Dadas las siguientes funciones, contesta lo que se pide:

1. $f(x) = 3x + 5$

- Completa la siguiente tabla para los valores de x (variable independiente) dados.

x	$f(x)$
1	
1.3	
1.36	
1.36 6	
1.36 6	

- A qué valor tiende la variable independiente (x) ________
- A qué valor tiene la función $f(x)$ ____________________

2. $f(x) = 8x + 10$

- Completa la siguiente tabla para los valores de x (variable independiente) dados.

x	$f(x)$
5	
5.1	
5.2	
5.29 9	
5.29 99	

- A qué valor tiende la variable independiente (x) ________
- A qué valor tiene la función $f(x)$ ____________________

3. $f(x) = x + 1$

- Completa la siguiente tabla para los valores de x (variable independiente) dados.

x	$f(x)$
9	
9.1	
9.7	
9.79 9	
9.79 99	

- A qué valor tiende la variable independiente (x) ________

- A qué valor tiene la función $f(x)$ ________________________

4. $f(x) = \dfrac{3x + 4}{5 - 4x}$

- Completa la siguiente tabla para los valores de x (variable independiente) dados.

x	$f(x)$
6.5	
6.6	
6.66	
6.66 6	
6.66 66	

- A qué valor tiende la variable independiente (x) ________
- A qué valor tiene la función $f(x)$ ________

5. $f(x) = \frac{x+4}{1-x}$

- Completa la siguiente tabla para los valores de x (variable independiente) dados.

x	$f(x)$
3.52	
3.57	
3.58	
3.588	
3.5888	

- A qué valor tiende la variable independiente (x) ________
- A qué valor tiene la función $f(x)$ ____________________

6. $f(x) = \frac{5x+3}{3+3x}$

- Completa la siguiente tabla para los valores de x (variable independiente) dados.

x	$f(x)$
0.7	
0.9	
0.99	
0.999	
0.9999	

- A qué valor tiende la variable independiente (x) ________
- A qué valor tiene la función $f(x)$ ________________________

III. Determina el valor de los siguientes límites, eligiendo el inciso correcto a cada ejercicio

1. $\lim_{x \to 4} 2x^2 + 8x$

a) 81

b) 66

c) **64**

Ejemplo de Solución

$\lim_{x \to 4} 2(4)^2 + 8(4)$

$32 + 32$

$\lim_{x \to 4} 2x^2 + 8x = 64$

2. $\lim_{x \to 3} 3x^3 + 6$

a) 87

b) 1

c) 85

3. $\lim_{x \to 5} 7x + 1$

a) 32

b) 33

c) 36

4. $\lim_{x\to 2} \frac{4x}{x-4}$

a) -2

b) -8

c)-6

5. $\lim_{x\to 0} x^2$ $\qquad x^2 - 9$

$-16x + 9$

a) 1

b) indeterminado

c)-1

6. $\lim_{x\to -5} \frac{x^2 + 10x + 25}{x}$

$+$ 5

a) Indeterminado b) 0

c) 5

7. $\lim_{x \to 6} \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 12x + 36}$

a) 6 b) 0 c) indeterminado

8. $\lim_{x \to 3} \frac{x-2}{x+2}$

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{2}$

9. $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{x^2 - x - 12}$

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{7}$

10. 10. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

a) $\dfrac{9}{2}$ b) $\dfrac{2}{9}$ c) ∞

11. 11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$

a) 1 b) 9 c) 3

12. 12. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2 + x - 6}{x + 3}$

a) -5

b) 5

c) 0

13. 13. $\lim_{x \to -1} x^4$

a) 1

b) -1

c) -4

14. 14. $\lim_{x \to 7}$ $\frac{3x}{x + 2}$ $\sqrt{}$

a) 7

b) -7

c) 0

15. 15. $\lim_{x \to 3}$ $\sqrt{}$ x

a) 3

b) 2

c) 1

16. 16. $\lim_{x \to 9} x$

a) 9.1

b) 9

c) 9.2

3.2 UNIDAD II: LA DERIVADA: ESTUDIO DE LA VARIACIÓN Y EL CAMBIO

IV. Determina el valor de la pendiente de las siguientes funciones en los puntos dados:

1. $f(x) = 2x - 3$ en el punto $x = 2$

2. $f(x) = x^2 + 1$ en el punto $x = 0$

3. $f(x) = x^2 - x + 3$ en el punto $x = 5$

$x = 3$

4. $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - x + 1$ en el punto

5. $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 +$ en el punto $x = 1$
$4x^2 - 3x + 5$

6. $f(x) = x^6 + x^5 - 2x^4 +$ en el punto $x = 7$
$2x^3 + 2x^2 - 3x$

V. Como queda expresado el cambio de las siguientes funciones:

1. $f(x) = x^6 + x^5 - 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x$

2. $f(x) = 7x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 25$

3. $f(x) = x^5 - 8x^6 + 2x^7 - x^8 + 6$

4. $f(x) = x^2 + 3x^2 - 8x - 2x$

5. $f(x) = x^2 + x$

6. $f(x) = x^9 + 5x^6 - 2x^3 + 4$

3.3 UNIDAD III: LA DERIVADA DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

VI. Determina la derivada de las siguientes funciones:

1. $\frac{d}{dx} x^9 + 5x^6$

2. $\frac{d}{dx} 4x^4 + 9x^2 - x$

3. $\frac{d}{dx} x^{10} - x^8 + 2x^6 - 2x^4 + 11x^2 + 4$

4

. □

$\underline{d}$

$20x^5$

$+ 4x\,dx$

5. $\frac{d}{dx}\left(\left(3x-2x^2\right)(5+4x)\right)$

6. $\frac{d}{dx}\left(\frac{5x-2}{x^2+1}\right)$

7. $\frac{d}{dx}\left(\left(x^2-x\right)(7x)\right)$

8. $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^3-5x}{x^3}\right)$

9. $\frac{d}{dx}\left(\left(3x^3 + 5x^2 - 7x\right)\left(x^4 + x\right)\right)$

10. $\frac{d}{dx}\left(\frac{x + 5}{\sqrt{x} - 5}\right)$

11. $\frac{d}{dx}\left(\left(2x^3 + 5x\right)\left(x - 3\right)\right)$

12. $\frac{d}{dx}\left(\frac{3x - 1}{\;}\right)$

13. $\frac{d}{dx} 3x - 2x^{2\ 3}$ □

14. $\frac{d}{dx} x^3 + x^{\ 5}$ □

15. $\frac{d}{dx} \ x + x^5 - x^{7\ 2}$ □

$d\left(3x - 1 \right)^2$

□

16. $dx \left| \ x^2 + 3 \ \right|$

4.4 UNIDAD IV: COMPORTAMIENTO GRÁFICO Y PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

VII. Encuentra los Máximos y Mínimos de las siguientes funciones:

1. $f(x) = x^2 + x - 1$

2. $f(x) = x^2 - 2x$

3. $f(x) = x^3 + x^2$

4. $f(x) = 4x^3$

5. $f(x) = 8x^3 + 3x^2 - x + 2$

6. $f(x) = x^2 + 6x + 10$

7. La posición de un proyectil está dada por la función $x(t) = t^3 + 7t^2 - 3t$ determina: la función velocidad $v(t)$ que describe la trayectoria del proyectil en los primeros 5 segundos.

8. La velocidad de caída de un objeto está dada por la función $x(t) = t^9 - 2t^3 - 5t - 2$ determina: la función aceleración $a(t)$ que describe la caída del proyectil en los primeros 3 segundos.

9. El movimiento de un virus llamado Epstein – Barr se modela mediante la función $f(t) = 3t^7 + 2t^6 - t^5 - 2t^4$, donde la variable t representa el tiempo en segundos. Cuál será la posición, velocidad y aceleración de propagación del virus después de haber transcurrido 7 segundos.

APENDICE I

FORMULAS

BASICAS DE DERIVACION LEYES DE LOS EXPONENETES

$\left(x^m\right)^n = x^{mn}$ $= x^{\frac{m}{n}}$

x^m $m-n$ m n $m+n$

$\overline{= x}$ x

x^n $\left(x\right) = x$

$1 = x^{-n} x^n$

$=$

DERIVACIÒN

Derivadas de Funciones trascendentes

Trascendentes Logarítmicas

$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$

Derivadas de Funciones Algebraicas

$\frac{d}{dx} \log_a u = \log_a e \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$

$\frac{d}{dx}\left(C\right) = 0$

Trascendentes Trigonométricas

$\frac{d}{dx}\left(Cx\right) = C\,dx$

Regla de la cadena

$\frac{d}{dx}\left(Cx^n\right) = C\left(nx^{n-1}\right)$

$\frac{d}{dx}\left(u\right)^n = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$

$$\frac{d}{dx}\sin(u) = \cos(u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\cos(u) = -\sin(u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\tan(u) = \sec^2(u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\cot(u) = -\csc^2(u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\sec(u) = \sec(u)\tan(u)\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\csc(u) = -\csc(u)\cot(u)\frac{du}{dx}$$

Regla del cociente de funciones

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{w}{v}\right) = \frac{v\frac{dw}{dx} - w\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

Regla del producto de funciones

$$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

Trascendentes exponenciales

$$\frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}a^u = (\ln a)a^u\frac{du}{dx}$$

APENDICE II

MAXIMOS Y MINIMOS: CRITERIO DE LA PRIMERA

Criterio de la Primera Derivada

Dada una función $f(x)$, el criterio de la primera derivada es:

- Derivar $f(x)$ para obtener $f'(x)$ e igualar a cero, es decir;

$$\frac{d}{dx} f(x) = 0$$

- Solucionar $\frac{d}{dx} f(x) = 0$ como una ecuación de n-esimo grado, a las soluciones se le llamaran **valores críticos.**
- Tomar los valores críticos y establecer intervalos de asignación. Los intervalos de asignación siempre siguen la siguiente relación

Numero de intervalos = valores críticos + 1

- Evaluar el valor o valores de prueba en $\frac{d}{dx} f(x) = 0$ y verificar cuál de los siguientes criterios se cumple:

  $\frac{d}{dx} f(c) > 0$ entonces $f(x)$ es creciente

  $\frac{d}{dx} f(c) < 0$ entonces $f(x)$ es decreciente

  $\frac{d}{dx} f(c) = 0$ entonces $f(x)$ es constante

- **Máximos y Mínimos**

Si $\frac{d}{dx} f(c)$ pasa de + a –hay un máximo relativo. Con coordenada $(c, f(c))$.

- Tomar un número aleatorio contenido dentro de los Intervalos de asignación, a este valor que se elige se le llama **valor de prueba**.

Si $\frac{d}{dx} f(c)$ pasa de - a + hay un mínimo relativo. Con Coordenada $(c, f(c))$.